Ｈ２３年度数学Ｉ・数学Ａ
第一問〔１〕

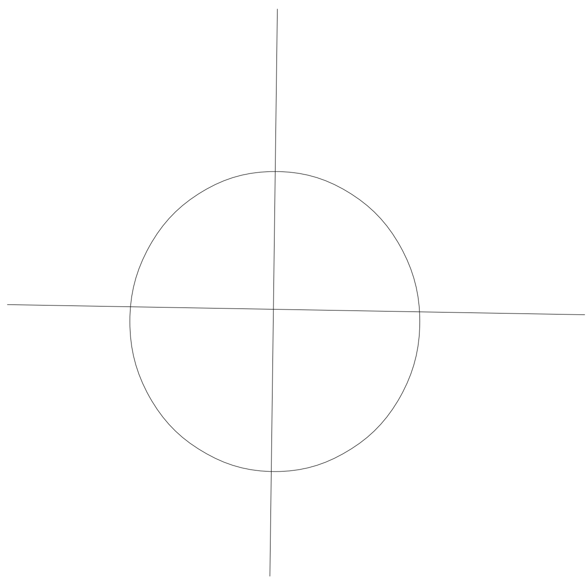
$$\frac{1}{a}=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}=3-2\sqrt{2}$$　←分母分子に共役複素数かける有理化

$$\frac{1}{b}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2-\sqrt{3}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{b}{a}=(2-\sqrt{3})(3+2\sqrt{2})-(3-2\sqrt{2})(2+\sqrt{3})$$
$$=8\sqrt{2}-6\sqrt{3}$$

不等式は絶対値をはずして
$-b^2<2\mathrm{abx}-a^2<b^2$
右側の不等式より
$2\mathrm{abx}<a^2+b^2$
$2\mathrm{ab}>0$　ゆえ両辺割って
$x<\frac{1}{2}(\frac{a}{b}+\frac{b}{a})=6-2\sqrt{6}$
左側の不等式も同じく
$4\sqrt{2}-3\sqrt{3}<x$

〔２〕
(1)　③　$4+1<5$　となり　p　不成立。
(2)　$\bar{q}\Rightarrow\bar{p}$　ゆえ　④⇒⑦
(3)　$p\Rightarrow q$　は成立
　　$q\Rightarrow p$　は不成立ゆえ①



$A^2+B^2<5$
$|A|<1$　または　$|B|<2$
と簡略化して
図かくとわかりやすい

第２問

$G: y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c$

$y=-3x^2+12bx=-3(x-2b)^2+12b^2$

軸が同じゆえ

$\frac{-b}{2a}=2b$

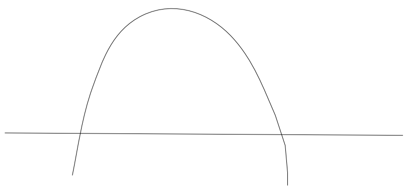
$a=\frac{-1}{4}$

またＧが（1, 2b−1）通るからＧに代入して

$c=b-\frac{3}{4}$

（１）

$a<0$　ゆえＧは上に凸ゆえｘ軸と異なる２点で交わるには頂点のｙ座標が正でなくてはならぬ。



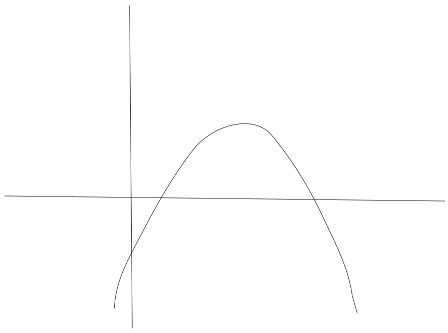
$\frac{-b^2}{4a}+c>0$

$b^2+b-\frac{3}{4}>0$

$b<\frac{-3}{2}, \frac{1}{2}<b$

さらにＧとｘ軸の正の部分が異なる２点で交わるには

軸　$\frac{-b}{2a}>0$　かつｙ切片　$c<0$



解くと　$b>0$　かつ　$b<\frac{3}{4}$

前の条件と合わせて　$\frac{1}{2}<b<\frac{3}{4}$

（２）

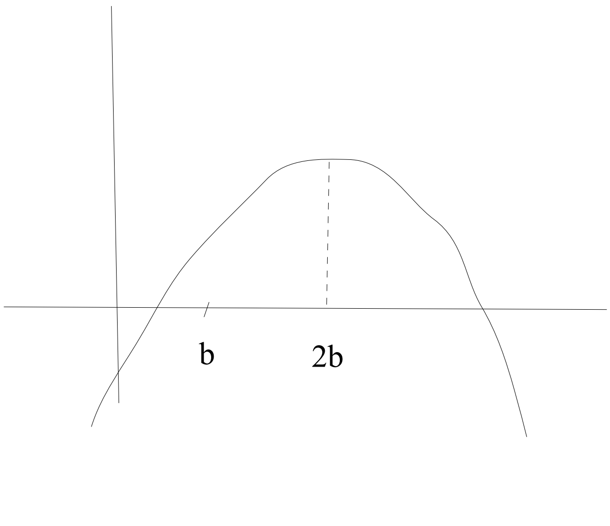
$0\leq x\leq b$　での右図より最小値は　$x=0$　でとる

よって　$b=\frac{1}{2}$

$x\geq b$　での最大値は　$x=2b$　でとる

$\frac{-b^2}{4a}+c=3$

解くと b>0 とあわせて　$b=\frac{3}{2}$

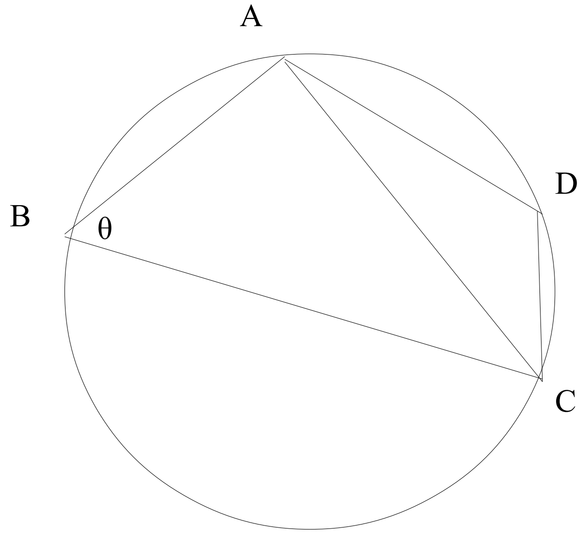


$b=\dfrac{1}{2}$ のとき G_1 ： $y=\dfrac{-1}{4}(x-1)^2$

$b=\dfrac{3}{2}$ のとき G_2 ： $y=\dfrac{-1}{4}(x-3)^2+3$

よって x 軸に２、y 軸に３平行移動すれば一致。

第３問



△ABC で余弦定理

$x^2=35-28\cos\theta$

△ACD で同じく

$x^2=15+12\cos\theta$

解いて

$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ $x=\sqrt{21}$

次に正弦定理より

$\dfrac{1}{2\mathrm{R}}=\dfrac{\sin\theta}{x}$

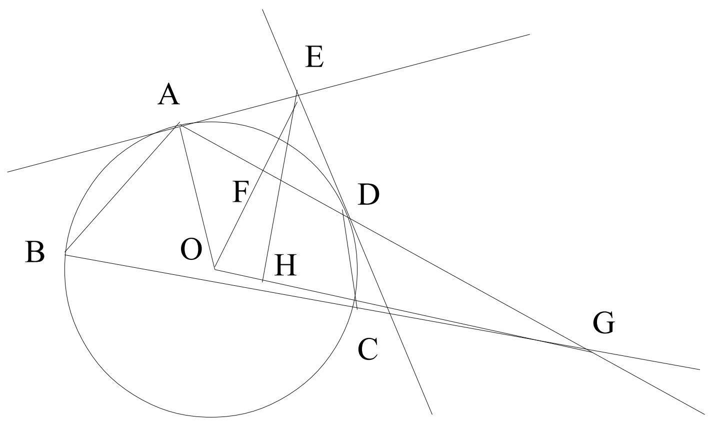
$R=\sqrt{7}$

三角形の面積公式 $\dfrac{1}{2}ab\sin\theta$ より

△ABC= $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$

△ADC= $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

たして $5\sqrt{3}$



（２）

接線ゆえ∠OAE=90°

Of は 2 等辺 3 角形 OAD の垂線となるから

∠AFE=90°

△OAF∽△OEA から

OF : OA＝OA : OE

OE・OF＝OA・OA＝7

EG を直径とみた円を考えて

∠EHG＝90°

∠EFG＝90° より H と F は同一円周上。

△OHF∽△OFGより
OH：OF＝OE:OG
OH・OG＝OE・OF＝７

第４問

１，２，３，４が出るのは $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=p$

５，６が出るのは $\frac{1}{3}=q$

（１）
８回中４以下が３回は ${}_8C_3\,p^3q^5=56\mathrm{p}^3q^5$
一回目に４以下出て７回中２回が４以下は
$p\,{}_7C_2\,p^2q^5=21\,p^3q^5$
一回目に５以上の目　７回中４以下が３回は
$q\,{}_7C_3\,p^3q^4=35\,p^3q^5$

（２）②と⑥

（３）
６点となるのは６回目ではじめて４以下の目が出て、７，８回目ともに４以下の目のとき
p^3q^5
３点となるのは３回目ではじめて４以下の目が出て、残り５回中２回が４以下
${}_5C_2\,p^3q^5=10\,p^3q^5$

１点から６点まで同じように確率求めて
期待値計算すると

$\frac{112}{729}$